

# APPRENDRE À CALCULER À L'ÉCOLE

Les pièges à éviter en contexte francophone



Rémi Brissiaud



## APPRENDRE A CALCULER A L'ÉCOLE

*Les pièges à éviter en contexte francophone*

Rémi BRISSIAUD

Retz (2013)

## Introduction (p 5 à 8)

Constat : baisse brutale et importante (65 % et quelle que soit la catégorie sociale du chef de famille) des performances en calcul dès la fin de l'école primaire entre 1987 et 1999 et stabilité relative à ce bas niveau en 2007 (étude DEPP - Direction de l'évaluation, de la prospective et de la performance – dans laquelle Thierry Rocher, ingénieur statisticien, compare les performances en calcul des élèves de CM2 scolarisés en 1987, 1999 et 2007). Cette même étude DEPP montre qu'entre 1987 et 1999, il n'y a pas de baisse des performances en lecture et en dictée.

T. Roche évoque « *un effet principalement lié à l'apprentissage scolaire* » => nécessité de se pencher sur les pratiques pédagogiques de la période 1970-1987 avec celles de la période 1987-2000.

- ➔ La pédagogie des nombres doit être repensée, refondée dès l'école maternelle et le CP. Cette refondation doit être celle de la culture pédagogique au sens où l'école doit renouer avec la culture pédagogique qui était la sienne depuis 1923 environ et jusqu'en 1986.
- ➔ Depuis la circulaire de 1986, Mathieu apprend à compter comme Matthew aux Etats- Unis, un pays qui ne possède pas d'institution équivalente aux sections de Petits et Moyens et dont la langue favorise mieux l'accès au nombre que la nôtre. Dans cette circulaire, on y lit :  
« *Progressivement, l'enfant découvre et construit le nombre. Il apprend et récite la comptine numérique.* »
- ➔ 1986 : basculement de la pédagogie du nombre à l'école maternelle. Basculement **car** après plus de 15 ans de quasi- disparition de tout apprentissage numérique à l'EM, sous l'ère piagétienne, le changement était radical. Basculement lié aux travaux de l'américaine Rochel Gelman (1983).
- ➔ Ces travaux ont été importés en partie après leurs lectures par les mathématiciens de Ermel qui pensent alors que le comptage doit être enseigné dès l'EM et décident de l'enseigner en s'appuyant sur le « *principe de correspondance terme à terme* » (Rochel Gelman)= faire correspondre **1 mot avec 1 objet** lorsqu'on compte.
- ➔ Cette manière de compter trouve son « succès » dans le fait qu'elle soit celle du sens commun (les parents adoptent le plus souvent cette manière de compter en dehors de l'école).
- ➔ Le paradoxe : depuis 1986, les élèves comptent dès l'EM (contrairement à avant) et devraient donc devenir bien meilleurs en calcul que leurs prédécesseurs ... Or l'étude de la DEPP démontre le contraire... **L'enseignement du comptage « à la Gelman » éloigne les élèves du calcul plus qu'il ne les en approche car il correspond à un comptage- numérotage.**

Au début du chapitre 1, R. Brissiaud examine les possibles causes de cette baisse. Après démonstration, il écarte :

- Mai 1968 et la réforme des mathématiques modernes car les élèves ayant appris le calcul dans les vingt années ayant suivi Mai 68 et les dix- sept années ayant suivi la réforme des mathématiques modernes étaient plus performants que les élèves d'aujourd'hui => erreur de diagnostic des académiciens (page 11) ;
- Le critère « catégorie sociale » car il n'y a pas d'interaction entre l'évolution des performances et la catégorie sociale (page 12) ;
- L'augmentation du temps passé devant la télé ou la console de jeu, la diminution du temps de sommeil des enfants, une évolution des rapports éducatifs au sein des familles ne peuvent être retenus car il n'y a pas de baisse des performances en lecture et en dictée (étude DEPP), on comprendrait mal en effet que le phénomène de baisse n'affecte que spécifiquement le calcul (page 12) ;
  - ➔ **On en vient donc à envisager les causes d'ordre pédagogique. Cela conduit à comparer les pratiques pédagogiques de la période 1970 – 1986 avec celles de la période qui suit (1987 – 2007).**
- Le « basculement de 1986 » (page 13) : entre 1970 et 1986, suite aux travaux de Piaget, les pédagogues doutaient que les enfants puissent profiter d'un enseignement des nombres avant 6-7 ans. Le comptage

n'était d'aucune façon préconisé. Cette période s'achève en 1986 avec la publication d'une circulaire sur l'école maternelle, on y lit : « *Progressivement, l'enfant découvre et construit le nombre. Il apprend et récite la comptine numérique.* » => changement radical après 15 ans de tout apprentissage numérique.

- **Importation des travaux de Rochel GELMAN** en 1983 en // avec importation de la pédagogie du comptage selon le sens commun (cf Introduction ci- dessus) ;

## Chapitre I :

### Pourquoi Mathieu ne sait- il pas calculer ? Parce qu'à l'école, il apprend à compter comme Matthew (p 9 à 24)

Il apprend le comptage- numérotage ... qui n'est pas un dénombrement ...

- L'enfant met bien en correspondance terme à terme les mots- nombres et les jetons de la collection mais il n'isole pas le dernier mot- nombre prononcé pour répondre à la question « *Combien y a- t- il de jetons ?* ». Son comptage ne lui permet pas d'accéder au nombre. Son comptage n'est pas un dénombrement. L'enfant n'associe pas le dernier mot- nombre prononcé à la pluralité correspondante.
- Le comptage- numérotage = les mots prononcés sont des sortes de numéros renvoyant chacun à un élément et un seul ; le dernier mot prononcé est lui aussi un numéro, comme les autres.
- Précision quant à l'apprentissage de la comptine verbale : il ne représente pas ni un obstacle au progrès ni une source de difficulté quand il reste **purement verbal**. C'est seulement quand l'adulte veut que l'enfant mette les mots de cette comptine en correspondance 1 à 1 avec des objets qu'ils acquièrent la signification de numéros, ce qui doit être évité ...
- Les progrès que permet l'enseignement du comptage- numérotage : la comparaison de taille de deux collections. Même si les enfants ne savent pas répondre à la question « *Combien y a-t-il ... ?* » ; ils comprennent que lorsque le comptage- numérotage « *va plus loin* » ou « *dure plus longtemps* », on peut dire « *il y a plus là que là* » (Droz & Paschoud, 1981).
- Mais le comptage- numérotage éloigne les élèves du calcul car il renforce (dans la mesure où l'enfant vit dans un univers de numéros : numéro de la maison, de l'étage, de la ligne de bus, de la chaîne de télé, ...) la signification des mots- nombres en tant que numéros et non en tant que noms de nombres désignant des pluralités. Or, seule cette dernière signification permet d'accéder au calcul. En effet, la relation numérique « *5 et encore 3, c'est 8* » n'a aucun sens lorsqu'on interprète les chiffres comme des numéros : regarder successivement les programmes de « *la 5* » puis ceux de « *la 3* », ne dit rien de ceux de « *la 8* » !
- Depuis 1923 jusque 1986, l'enseignement du comptage- numérotage fut critiqué puis proscrit car « *(...) cette façon empirique fait acquérir à force de répétitions la liaison entre le nom des nombres, l'écriture du chiffre, la position de ce nombre dans la suite des autres, mas elle gêne la représentation du nombre, l'opération mentale, en un mot, elle empêche l'enfant de penser, de calculer* »(Fareng & Fareng, 1966).
- Henri Canac (1955) / méfaits de l'enseignement comptage- numérotage forment des « élèves mal débutés ».
- Une autre possibilité : enseigner d'abord les décompositions des nombres 2 et 3 en PS et MS : éviter tout enseignement du comptage- numérotage et même toute utilisation par l'enseignant des mots- nombres en tant que numéros. L'enseignant ne dit jamais « *un, deux* » en pointant

successivement les objets, il ne les numérote jamais, il utilise comme synonyme de deux « un et encore un » (puis « un, un et encore un » ou « deux et encore un » pour le nombre 3) ;

→ **C'est seulement quand les enfants ont une connaissance approfondie des 3 premiers nombres qu'il devient possible d'enseigner le comptage – dénombrement** (jusque 4 puis jusque 5).

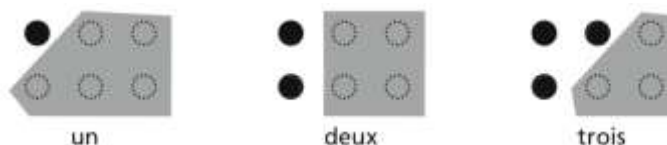
- **Le comptage- dénombrement** : objectif = que l'enfant associe chaque mot- nombre à la pluralité. Dans la situation « donner 4 cubes à un nounours en les prélevant successivement dans un stock », importance de dire le mot- nombre au moment où le cube a été déplacé (et que la collection de x objets a été formée) et non au moment où le cube est touché.
- Un tel enseignement permet la correspondance entre **1 mot et la pluralité (= signification cardinale des mots- nombres) des objets déjà pris en compte** (et non entre 1 mot et 1 objet) et assure de solides fondations.
- **Importance de verbaliser le calcul** pour favoriser la compréhension du calcul sous- jacent au dénombrement (« 1 et encore 1, 2 ; et encore 1, 3 ; et encore 1, 4, ... »).
- **Importance de spécifier la nature de l'unité** ajoutée successivement (« un jeton, deux jetons, trois jetons, ...). Dans l'expression « trois jetons », « trois » réfère à une pluralité, il n'est pas un numéro.
- ***Privilégier les décompositions et le comptage- dénombrement, c'est privilégier la signification cardinale des mots- nombres et, partant, c'est permettre un apprentissage explicite des nombres et du calcul. (page 23)***

## Chapitre II :

### Renouer avec la culture pédagogique des pays francophones (p 25 à 35)

Faire le choix pédagogique du comptage- dénombrement, des décompositions, éviter le comptage- numérotage, est-ce renouer avec la culture pédagogique de l'école maternelle française ? Oui.

- **Dans les discours pédagogiques vers 1950-60** : **Brachet** écrit : « *Ce n'est pas en remuant (= en comptant- numérotant) l'un après l'autre les quatre jetons d'une collection que l'enfant forme la notion de quatre et des décompositions(...).* »
- **Dans les propos des inspectrices générales des écoles maternelles** : **Jeanne Bandet** (1962) préconise cet enseignement et conseille d'utiliser un cache et de découvrir progressivement les unités. L'emploi du cache permet d'itérer les unités et permet de mettre en correspondance les mots- nombres avec la pluralité de points que l'enfant voit.



- Les élèves « mal débutés » selon **Henri Canac** sont ceux qui ne mémorisent pas les résultats d'additions élémentaires et qui comptent jusque tard sur leurs doigts. Canac professe du mépris pour le comptage- numérotage = « *une gesticulation digitale* » (trop selon Brissiaud car Canac

nie les quelques progrès qu'il permet). Canac préconise une méthode consistant à étudier les nombres dans l'ordre : le nouveau nombre est construit par adjonction de l'unité au nombre précédent. Puis les diverses décompositions sont étudiées.

- Entre 1920 et 1950, l'élaboration d'une méthode « nouvelle » qui prévaut jusqu'en 1970 : importance de l'étude des dix premiers nombres.
- La culture pédagogique des premiers apprentissages numériques à l'école en 1970 =
  - éviter le comptage mécanique 1 à 1 ;
  - éviter l'apprentissage précoce des résultats des additions élémentaires ;
  - permettre aux élèves de s'approprier les décompositions des 10 premiers nombres ;
- 1970 : les fondamentaux\* de la culture pédagogique de l'école sont préservés (\*rejet du comptage- numérotage et enseignement des décompositions)  
Deux changements sont survenus :
  - l'usage des signes d'opérations a été retardé (« + » au CP, « x » et « - » en CE1)
  - on n'écrit plus de « nombres concrets » au CP tels que « 4 pommes + 3 pommes = 7 pommes »
- Après 1970, le comptage- numérotage est encore plus rejeté qu'avant : il disparaît sous l'influence des travaux de Piaget (pour qui la compréhension du nombre résulte d'une réflexion sur les actions d'ajout et de retrait).
- Après 1970, les décompositions des nombres sont autant travaillées qu'auparavant mais de façon différente : au milieu des années 70, pour comparer la taille de deux collections, les élèves de début de CP utilisaient systématiquement la correspondance terme à terme (activité des boîtes – nombres).
- Evocation de Ferdinand Buisson qui précise en 1887 que la méthode intuitive « *a pour but de faire connaître les nombres : connaître un objet, ce n'est pas seulement savoir son nom, c'est l'avoir vu sous toutes ses formes, dans tous ses états, dans ses diverses relations avec les autres objets ; c'est pouvoir le comparer avec d'autres, le suivre dans ses transformations, le saisir et le mesurer, le composer et le décomposer à volonté.* »
- En Wallonie, les pédagogues parlent de « comptage unaire » plutôt que de comptage- numérotage.

## Chapitre III :

### Le « basculement » de 1986 : un fiasco impossible à empêcher (p 37 à 48)

- Ce basculement résulte d'un malentendu. La circulaire de 1986 paraît et J.-P. Chevènement ne fait que l'appliquer en pensant évidemment que ce changement s'effectuait dans le bon sens.
- Ce basculement est favorisé par l'oubli de la culture pédagogique d'avant 1970. Référence à une inspectrice générale en faveur des travaux ERMEL GS : « *s'agissant de jeunes enfants, l'hypothèse est posée que dans la genèse du concept de nombre, le nombre pour compter joue le premier rôle et le plus important* ». => hypothèse en rupture totale avec la culture pédagogique d'avant 1970.
- Ce basculement est favorisé par l'euphorie de l'innovation = Ermel = enseigner le comptage à la Gelman = pas d'enseignement des décompositions en PS et MS. Métaphore du barrage : « (...) *une fois les vannes ouvertes, la vague déferle et l'eau se répand partout très rapidement. Renverser le cours des événements devient vite quasi impossible, surtout si celui qui a ouvert les vannes, et pourrait seul les refermer, l'a fait en croyant bien faire.* » (page 41)

- Ernel : le comptage- numérotage est considéré comme « naturel ». **L'équipe ERMEL** rédige les programmes de 2002 conduisant les élèves d'école maternelle à compter encore plus tôt, encore plus loin.
- En psychologie : travaux de **Karen Fuson** en 1992(contre le comptage- numérotage). Travaux difficiles à défendre / hégémonie du pouvoir Gelman dont travaux sont timidement critiqués. Travaux piagétiens sont critiqués, psychologie cognitive s'affirme conquérante. Travaux de **Brissiaud** et parution *Comment les enfants apprennent à calculer* en 1989. **Jean – Paul Fischer** (1992) développe une théorie de la mémorisation des résultats d'additions élémentaires en s'appuyant sur les décompositions – recompositions.
- Un outil pédagogique dont il faut se méfier : la « file numérotée » car elle conduit de nombreux élèves au comptage- numérotage donc avec des conséquences défavorables au progrès. Utilisée en masse depuis 1986 pour apprendre à retrouver l'écriture chiffrée d'un mot- nombre prononcé. Ce que l'élève retrouve en fait, c'est la case **numéro** « 8 ». En outre, cet outil sert de modèle à la copie des chiffres. Cette copie s'effectuant souvent en autonomie, la trajectoire du geste n'est ni mémorisée ni stabilisée. Or, la mémorisation de cette trajectoire participe grandement à l'apprentissage de la lecture-écriture des chiffres (Fischer, 2010). Enfin, cet outil n'est pas adapté à l'apprentissage du calcul pour retrouver le résultat d'une addition au CP (les élèves comptent 5 sauts de 1 case en partant de la case 8, pour calculer 8 + 5).

## Chapitre IV : Aujourd'hui des raisons d'espérer (p 49 à 56)

- Les recherches en psychologie confortent la culture pédagogique francophone : travaux de Gelman soumis à la critique (cf Sarnecka & Carey en 2008 qui démontrent que, dans une situation de comptage de 10 objets, de nombreux enfants utilisent la « règle du dernier mot prononcé » sans faire de lien avec le nombre = comptage mécanique = « réussite » dûe à un surentraînement).
- Utiliser la tâche « *Donne- moi ...* » plutôt que « *Combien y a-t- il...* ». Mais attention même la tâche « *Donne- moi ...* » n'assure pas de la compréhension (travaux de Davidson & coll. En 2012)
- Les chercheurs en psychologie considèrent aujourd'hui qu'un enfant comprend les nombres lorsqu'il sait donner jusqu'à 5 objets de façon fiable (Susan Carey).
- L'importance des stratégies de décomposition – recomposition dans la mémorisation des additions élémentaires (Arthur Baroody aux Etats – Unis en 2009 qui considère que l'apprentissage par cœur des tables d'addition ne peut se substituer à l'usage de telles stratégies).
- Un point sur les irrégularités de la langue française ( « *onze* » et non « *dix-un* », « *seize* » et non « *dix – six* », polysémie du mot « *un* » / « *one* » et « *a* » en anglais, le pluriel des noms ne s'entend pas dans la langue française...) comme obstacle aux performances. La construction des unités est l'opération de base. Quand une langue ne favorise pas la construction mentale de ce qui est « un », elle est un obstacle important au dénombrement. Quand le pluriel s'entend dans une langue, cela aide les enfants à comprendre que les mots- nombres désignent une pluralité, cela les aide à accéder à leur signification cardinale.
- Dans leur rapport (longtemps maintenu dans les cartons ...) sur l'école maternelle en octobre 2012 de Viviane Bouysse et Philippe Clauss notent que « *les apprentissages « culturels » que symbolise l'omniprésence de la suite numérique ont pris le pas sur le traitement des quantités et la relation entre nombre et quantité* » = la compréhension des nombres est insuffisamment présente dans les classes.

Dénombrer, c'est tout à la fois construire mentalement des unités, les énumérer et utiliser un système symbolique pour en exprimer la totalité.

## Chapitre V : Aujourd'hui des raisons d'être inquiet (p 57 à 68)

- Concernant la psychologie, une situation proche de celle des années 70 -90 : neuropsychologie est conquérante. L'inquiétude réside dans le fait que la montée en influence de la neuropsychologie se traduit par une médiatisation importante de pratiques pédagogiques aux Etats-Unis, pratiques d'enseignement qui s'appuient sur **le comptage- numérotage** ...
- Une publication institutionnelle déconnectée de la recherche : programmes de 2008 puis Livret *Le Nombre au cycle 2 (2010)* dans lequel l'enseignement du comptage « à la Gelman » (sans que ce nom ne soit cité...) y est comme naturalisé, comme allant de soi, n'est même plus présenté comme une hypothèse de travail utilisée par l'équipe Ermel. Les auteurs mettent l'accent sur la correspondance 1 mot – 1 objet (comptage- numérotage ...). Aucune référence à l'origine de cet enseignement...
- Une préconisation renouvelée avec insistance : faire automatiser : 63 emplois dans *Le Nombre au cycle 2*... Automatisation, répétition, usage répété de procédures ne conduisent pas les élèves les plus fragiles à la mémorisation des résultats d'additions élémentaires.
- Une limitation de la diffusion d'idées différentes (dont celles de Brissiaud) par la DGESCO sous Robien – Darcos – Chatel. Pas de débat ...

## Chapitre VI : Les trois avenir possibles (p 69 à 82)

- **Les TICE au secours du basculement de 1986** : encourager les enseignants à utiliser des logiciels favorisant vraiment les apprentissages conceptuels des premiers nombres (comptage- dénombrement, décompositions...).
- **Davantage de ludique et moins de symbolique** : contre le phénomène de la « primarisation de l'école maternelle ». Deux points de désaccord avec Michel Fayol (dont Brissiaud ne cite pas le nom) qui dans un article d'avril 2012 de *Fenêtres sur cours*
  - reproche aux adultes « *de vouloir que les enfants utilisent et manipulent le nom des nombres entre deux ans et demi et quatre ans* ». Ce reproche va à l'encontre de ce que Brissiaud prône pour l'apprentissage des 3 premiers nombres dès la PS. Un enjeu important : la démocratisation de l'enseignement des nombres.

« Lorsqu'on enseigne les 3 premiers nombres précocement en explicitant leurs décompositions, cela conditionne toute la suite des apprentissages numériques, notamment pour les enfants qui ne bénéficient pas d'échanges familiaux dans lesquels les mots- nombres ont une signification cardinale. C'est vraisemblablement à cet âge que l'école peut influencer de la manière la plus efficace pour un accès plus démocratique à de bonnes connaissances numériques ». (page 73)

- Le second point de désaccord avec M. Fayol : l'enseignement du comptage- numérotage en GS et au CP (« (...) *dire les noms des nombres sans oubli ni erreur d'ordre, en vérifiant le principe de correspondance terme à terme entre nom et objet, par pointage successif canonique : après avoir dénombré, l'enfant doit savoir dire « combien il y en a en tout, sans recompter* ».

« On peut mal apprendre de façon ludique. A l'école, il faut rechercher des activités ludiques qui permettent de bien apprendre. » (page 76)

- **Reconstruire une culture pédagogique des premiers apprentissages numériques** en intégrant les leçons du passé => développer une culture professionnelle, former les enseignants à l’histoire des discours et des pratiques scolaires passées. Importance de la dimension langagière et des distinctions : comptage- numérotage / comptage- dénombrement – configurations non numériques / collections- témoins – comptage sur les doigts / calcul sur les doigts. **Ces distinctions doivent faire partie de la culture professionnelle d’un enseignant de maternelle. En effet, chacune permet de différencier deux comportements qu’une personne non informée ne peut distinguer. Celle- ci voit seulement un enfant qui compte, un enfant qui regarde des points, un enfant qui utilise ses doigts pour résoudre un problème.**

## **Chapitre VII : Une chance historique à ne pas rater (p 83 à 90)**

- La pédagogie du calcul à l’école dépend de la reconstruction d’une culture professionnelle qui tisse des liens entre les connaissances actuelles sur la façon dont les enfants de maternelle apprennent à calculer et l’histoire des discours, des pratiques pédagogiques et des techniques professionnelles.
- La finalité de tout cela est évidemment la réussite des élèves.
- Profiter des résultats de l’étude DEPP qui a bénéficié de circonstances historiques exceptionnelles (2 échantillons représentatifs de population générale ayant appris dans deux conditions différentes).
- Profiter de l’étude détaillée des causes pédagogiques possibles et du diagnostic posé.
- Profiter que ce diagnostic (=obstacle de l’enseignement du comptage- numérotage) évoque immédiatement une issue : renouer avec la culture pédagogique d’avant le basculement de 1986.
- Profiter de la refondation de l’Ecole pour outiller les enseignants et les aider à adopter une posture réflexive. Développer la formation initiale et continue.